

Dreiwertige Logiken (fortgesetzt)

abzugeben am Dienstag, 14.06.16

Aufgaben:

1. Funktionale Vollständigkeit

- a) Übertragen Sie die Idee des Beweises der funktionalen Vollständigkeit (vgl. Vorlesung) auf die klassische Aussagenlogik!
- b) Analysieren Sie beide Beweise dahingehend, dass Sie hinreichende Voraussetzungen für die Übertragung dieses Beweise auf andere mehrwertige Logiken angeben können.

2. Ergänzen Sie die nachfolgende Tabelle!¹

| | K ₃ | Ł ₃ | P ₃ | G ₃ | FDE |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|
| (1) $q \vDash p \rightarrow q$ | ✓ | | | | |
| (2) $p \rightarrow q, \neg q \vDash \neg p$ | | | | | |
| (3) $p \vdash q \vee \neg q$ | | | | | |
| (4) $p, \neg p \vDash q$ | | | | | |
| (5) $\vDash p \wedge \neg p \rightarrow q$ | | X | | | |
| (6) $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vDash p \rightarrow r$ | | | | ✓ | |

3. Wie kann man unter Ausnutzung des Deduktionstheorems für P₃ zeigen, dass die die klassische Folgebeziehung notwendige Bedingung für die P₃-Folgebeziehung ist?²
4. Begründen Sie, warum alle G₃-allgemeingültigen Ausdrücke klassische Tautologien sind, und zeigen Sie, dass die umgekehrte Behauptung nicht gilt.
5. Welche Beziehung besteht zwischen der klassischen und der G₃-Folgebeziehung?
6. Zeigen Sie, dass alle intuitionistisch beweisbaren Ausdrücke G₃-allgemeingültig sind.

¹ Hier stehen „ \vDash “ und die Junktorenzeichen für die jeweils kalkülspezifische Folgebeziehung sowie die kalkülspezifischen Junktoren.

² Hierbei seien endliche Prämismengen vorausgesetzt.