Modallogiken II

abzugeben am: Dienstag, 23.05.17

Aufgaben:

1. Weisen Sie nach, dass (auf der Basis der Modallogik **K**)
   a) das Axiomenschema (δ) $\Box\Box A \rightarrow \Box A$
   und die Modellbedingung (Δ) $\forall\!\!\forall x \forall\!\!\forall z\, [xRz \Rightarrow \exists y\, [xRy \wedge\!\!\wedge yRz]]$
   zueinander korrespondieren;
   b) **K**$\oplus(\delta)$ ein echter Teilkalkül von **T** ist;
   c) In **T**-Rahmen die Bedingung (Δ) erfüllt ist!

2. Geben Sie jeweils konkrete Modelle an, die die nachstehenden Behauptungen rechtfertigen:
   a) $\not\models_{\mathbf{KD}} \Box A \rightarrow A$
   b) $\not\models_{\mathbf{K4}} \Box\Box A \rightarrow \Box A$
   c) $\not\models_{\mathbf{C2}} \Box A \rightarrow \Diamond A$

3. Geben Sie nichtalethische Lesarten für „$\Box$“ an, für welche die Gödel- oder Notwendigkeitsregel nicht angemessen erscheint!

4. Zeigen Sie, dass in der Basislogik **N** (Umgebungssemantiken)
   a) die Regel IR$_\Diamond$ $\dfrac{A \leftrightarrow B}{\Diamond A \leftrightarrow \Diamond B}$ ableitbar ist!
   b) die Regel MR $\dfrac{A \rightarrow B}{\Box A \rightarrow \Box B}$ nicht ableitbar ist!

5.* Gegeben sei die Sprache $\mathcal{L}(\mathbb{U})$, wobei $\mathbb{U}$ für die alethischen Modalität *unmöglich/ kann unter keinen Umständen wahr sein* stehen soll.
Geben Sie einen Hilbert-Kalkül (Axiome und Regeln für $\mathbb{U}$) an, der bei geeigneter Übersetzung von $\mathbb{U}$ dem Kalkül **K** entspricht (deduktiv äquivalent ist).