

## Blatt 8

abzugeben: Donnerstag, 05.12.19

1. Beweisen Sie im Tableau-Kalkül<sup>1</sup>:

- (a)  $\neg(p \wedge \neg p)$
- (b)  $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \wedge \neg q)$
- (c)  $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow \neg r) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)))$
- (d)  $(p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)) \rightarrow (p \wedge q \rightarrow \neg r)$
- (e)  $(p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)) \wedge q \rightarrow (p \rightarrow \neg r)$
- (f)  $(H_1 \vee H_2) \wedge (H_1 \rightarrow H_3) \wedge (H_2 \rightarrow H_3) \rightarrow H_3$

2. Formulieren Sie Tableau-Regeln

- (a) für " $\leftrightarrow$ "
- (b) für " $\downarrow$ "!<sup>2</sup>

3. Beweisen Sie im Tableau-Kalkül:

- (a)  $H_1 \rightarrow H_2, \neg H_3 \rightarrow \neg H_2 \vdash H_1 \rightarrow H_3$
- (b)  $\neg(H_1 \rightarrow H_2) \vdash H_2 \rightarrow \neg H_1$
- (c)  $p \wedge q \rightarrow \neg r \vdash p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$ !

4. Gelten im Tableau-Kalkül folgende Behauptungen:

- (a) Gibt es für  $\Sigma \vdash H_1 \vee H_2$  einen Tableau-Beweis, so gibt es auch für  $\Sigma \vdash H_1$  oder aber für  $\Sigma \vdash H_2$  einen Tableau-Beweis
- (b) Hat  $\Sigma \vdash \neg H_1$  einen Beweis im Tableau-Kalkül, dann ist auch  $\Sigma \vdash H_1 \rightarrow H_2$  im Tableau-Kalkül beweisbar

Beweisen/Begründen Sie!

Z Beweisen Sie (oder skizzieren Sie eine Beweisidee) für die Behauptung

*Gibt es für  $\{\Sigma, H, \neg G\}$  wie auch für  $\{\Sigma, \neg H, \neg G\}$  abgeschlossene Tableaux, so gibt es auch für  $\{\Sigma, \neg G\}$  ein abgeschlossenes Tableau.*

---

<sup>1</sup>Für diese Aufgabe gilt eine "2 aus  $x$ -Regelung.

<sup>2</sup> $\downarrow$  hat die Wahrheitsfunktion NOR (negierte Disjunktion)