Blatt 13

abzugeben: **Donnerstag**, 24.01.19

1. Formulieren Sie den Korrektheitssatz für das Kalkül des Natürlichen Schließens und skizzieren Sie in wenigen Stichpunkten die Beweisidee!

   Beachten Sie: Für die folgenden Aufgaben gilt eine "1 aus x"-Regelung.

2. Beweisen Sie im Kalkül des Natürlichen Schließens

   (a) $\forall x(P(x) \to Q(x)) \to \exists y(P(y) \to \exists y Q(y))$

   (b) $\exists x P(x) \to \neg\forall x \neg P(x))$

   (c) $\neg\forall x \neg Q(x)) \to \exists x Q(x)$

   (d) $\forall y(P(y) \lor Q(y)) \to \exists x P(x) \lor \forall x Q(x)$

   (e) $\exists x(P(x) \to \forall y P(y))$

3. Beweisen Sie im Kalkül des Natürlichen Schließens

   (a) $\forall x A(x) \vdash \forall x(B(x) \to A(x))$

   (b) $A(x) \vdash \forall x B(x) \lor A(x)$

   (c) $\forall x \neg A(x) \vdash \neg\exists x A(x)$

4. Beweisen Sie im Kalkül des Natürlichen Schließens

   (a) $\exists x \exists y R(x,y) \to \exists y \exists x R(x,y)$

   (b) $\forall y \exists x R(x,y) \to \forall z \exists x R(x,z)$

   (c) $\forall x A(x),\ \exists x B(x) \vdash \exists x(A(x) \land B(x))$

   (d) $\forall x(P(x) \to Q(x)) \lor \exists y(P(y) \land \neg Q(y))$

5. Beweisen Sie im Kalkül des Natürlichen Schließens

   (a) $\exists y \forall x S(x,y) \to \forall x \exists y S(x,y)$

   (b) $\forall y P(y) \lor \exists x \neg P(x)$

   (c) $\exists x(Q(x) \to \forall x Q(x))$