Blatt 10

abzugeben: Donnerstag, 09.01.20

1. Gegeben seien zwei konsistente Ausdrucksmengen Σ_1 und Σ_2. Beantworten Sie die folgenden Fragen und begründen Sie Ihre Antwort

   (a) Ist $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ stets konsistent?

   (b) Ist $\Sigma_1 \cap \Sigma_2$ stets konsistent?

   (c) Ist, wenn $\Sigma_1 \subset \Sigma_2$, die Ausdrucksmenge $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ stets konsistent?

2. Geben Sie ein Beispiel für eine Menge mit vier Ausdrücken, die inkonsistent ist, wobei aber jede echte Teilmenge konsistent ist.

3. Beweisen Sie die folgende Behauptung!

   (a) $\Sigma \cup \{H_1, \neg H_2\}$ ist inkonsistent gdw. $\Sigma \vdash H_1 \to H_2$.

   (b) $\Sigma \cup \{p \to p\}$ ist konsistent gdw. Σ konsistent ist.

4. Beweisen Sie!

   (a) Ist Σ maximal konsistent, so gilt für jeden Ausdruck H: Entweder ist $\neg H \in \Sigma$ oder $\neg\neg H \in \Sigma$.

   (b) Ist Σ eine maximal konsistente Ausdrucksmenge und gilt $\vdash H$, so ist $H \in \Sigma$.

   (c) Jede maximal konsistente Ausdrucksmenge Σ ist abgeschlossen unter modus ponens, d.h., sind $H_1,\ H_1 \to H_2 \in \Sigma$, so ist auch $H_2 \in \Sigma$.

5. Sei v eine Belegung, $\Sigma_v = \{H \mid Wert(H, v) = W\}$.

   (a) Zeigen Sie, dass Σ_v eine maximal konsistente Ausdrucksmenge ist!

   (b) Gilt dies auch für $\Sigma_{\bar{v}} = \{H \mid Wert(H, v) = F\}$?

Z Gegeben sei eine konsistente Menge Σ mit der Eigenschaft, dass für jeden Ausdruck H gilt: $H \in \Sigma$ oder $\neg H \in \Sigma$. Ist eine solche Menge stets maximal konsistent?