

IAL-Aufgaben

abzugeben am Dienstag, 21.05.19

Aufgaben:

1. Gegen sei folgende „Übersetzungsfunktion“

$$\begin{aligned} TR(\alpha) &\equiv \Box\alpha \\ TR(\sim H_1) &\equiv \Box\neg TR(H_1) \\ TR(H_1 \cap H_2) &\equiv TR(H_1) \wedge TR(H_2) \\ TR(H_1 \cup H_2) &\equiv TR(H_1) \vee TR(H_2) \\ TR(H_1 \supset H_2) &\equiv \Box(TR(H_1) \rightarrow TR(H_2)) \end{aligned}$$

- a) Weisen Sie nach, dass $TR(\sim (p \cap \sim p))$ in **S4** allgemeingültig/beweisbar ist.
- b) Bilden Sie $TR(p \cup \sim p)$ und zeigen Sie, dass **S4** $\oplus TR(p \cup \sim p)[p/A]$ ein Axiomensystem für **S5** darstellt.
2. Zeigen Sie, dass in **INT** die folgenden Regeln ableitbar sind
- a) $\frac{A \supset B, B \supset C}{A \supset C}$ (Kettenschluss)
- b) $\frac{A \supset B}{\sim B \supset \sim A}$ (Kontraposition)
3. Stellen Sie sich vor, dass jemand eine förmliche Ableitung der Kettenschlussregel vermeiden will. Stattdessen argumentiert er:

- Da die intuitionistische Aussagenlogik Teilkalkül der klassischen Aussagenlogik ist und die Kettenschlussregel schon in der KAL gilt, darf man sie unbesorgt auch in der IAL anwenden.
- Man zeigt auf anderem Weg, dass, fügt man die Kettenschlussregel zum Kalkül für IAL hinzu, keine neuen, bisher in IAL nicht beweisbaren Ausdrücke beweisbar sind.
- Da es Axiomensysteme jeweils für IAL und KAL gibt, die sich in den Implikationsaxiomen, also den Axiomenschemata, in denen ausschließlich $\supset$ vorkommt, nicht unterscheiden und die beide über den MP verfügen, sind in diesen Kalkülen Ausdrücke und Regeln, die (wesentlich) nur $\supset$ enthalten, stets gleichzeitig beweisbar (ableitbar) oder nicht. Nun ist der Kettenschluss in KAL ableitbar, also ist er es auch in IAL.

Entscheiden Sie, welche der Argumentationen überzeugend ist (sind), welche nicht!