

Sequenzen II¹

abzugeben am Dienstag, 11.06.19

1. Weisen Sie die Ableitbarkeit der folgenden Regeln (in $\mathcal{LK}$) nach!

Welche der Regeln ist in $\mathcal{LJ}$ nicht zulässig?

- a) $\frac{\Gamma \vdash \Delta, \neg\neg A}{\Gamma \vdash \Delta, A}$
 b) $\frac{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta}$
 c) $\frac{\Gamma \vdash A \rightarrow (B \rightarrow C)}{\Gamma \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)}$

2. Beweisen Sie, dass im Kalkül $\mathcal{LK}$ die Sequenz

$\Gamma \vdash A \vee B$ herleitbar ist gdw. $\Gamma, \neg A \vdash B$ herleitbar ist.

3. Beweisen Sie nachfolgende Sequenzen in $\mathcal{LK}$. Welche Herleitung ist zugleich auch $\mathcal{LJ}$ -Herleitung?

- a) $\vdash \forall x A(x), \exists x \neg A(x)$
 b) $\forall x A(x) \vdash \exists x A(x)$
 c) $\vdash \forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x))$
 d) $\vdash \exists x (H(x) \rightarrow \forall x H(x))$

Welche der folgenden $\mathcal{LK}$ -Herleitungen ist fehlerhaft?

1.

$$\frac{\frac{\frac{A \vdash A}{A \wedge B \vdash A}}{A \wedge B \vdash A, B} \quad \frac{\frac{B \vdash B}{B \vdash A \vee B}}{A, B \vdash A \vee B}}{A \wedge B \vdash A \vee B} \quad \vdash A \wedge B \rightarrow A \vee B$$

2.

$$\frac{\frac{\frac{A \vdash A}{A \vdash A, B} \quad \frac{\frac{B \vdash B}{B \vdash B, A}}{B \vdash A, B}}{A \vee B \vdash A, B} \quad \frac{\frac{\frac{A \vdash A}{B, A \vdash A}}{A, B \vdash A} \quad \frac{A, \vdash B}{A, B \vdash B}}{A, B \vdash A \wedge B}}{A \vee B \vdash A \wedge B} \quad \vdash A \vee B \rightarrow A \wedge B$$

3.

$$\frac{\frac{\frac{C \vdash C}{A, C \vdash C}}{A \vdash C, \neg C} \quad \frac{\frac{C \vdash C}{C \vdash C, B}}{C, \neg C \vdash B}}{A \vdash B}$$

¹ Es gilt eine „2 aus x “-Regelung!